TEMA: Asíntotas

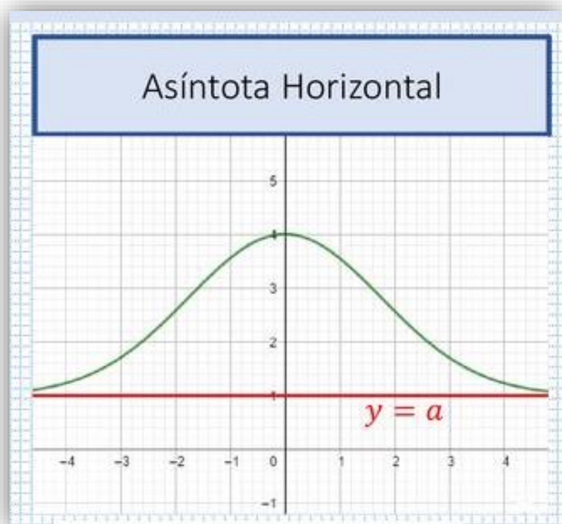
1) Realizar el grafico correspondiente a la siguiente función f(x)= $\frac{1}{(x-1)^2}$.

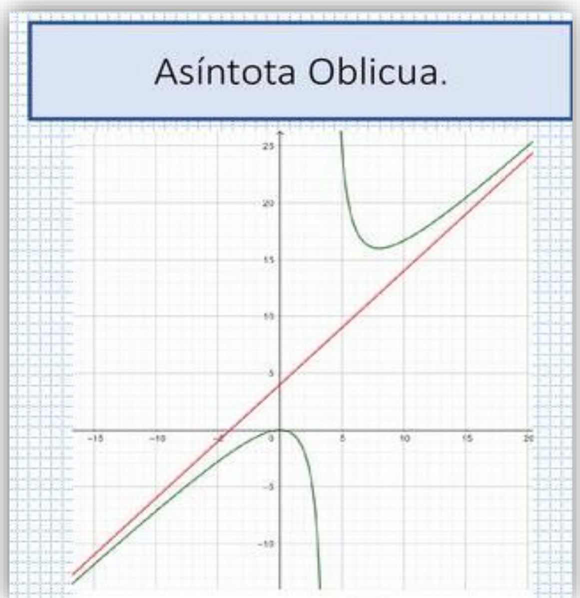
Una vez realizado el grafico podemos determinar sus asíntotas.

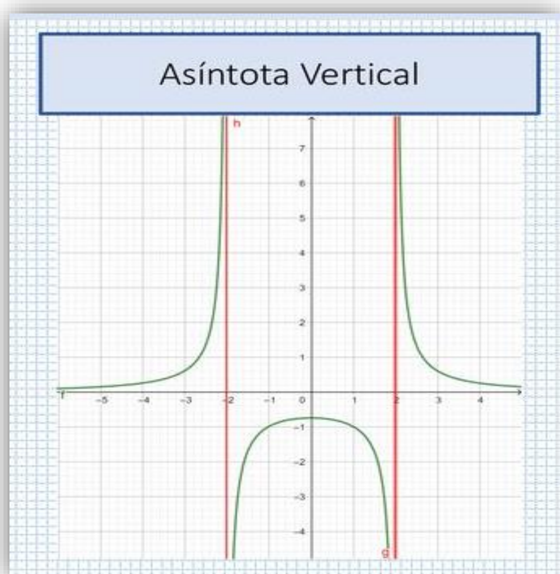
¿Qué es una asíntota?

Es una recta que en infinito tiende a cortarse con la gráfica de la función.

Ejemplos:







Las asíntotas son elementos muy usados para poder hacer graficas aproximadas de una función, sin hacer tabla de valores.

Una función f(x) puede no tener ninguna asíntota, o puede tener una o más de una asíntota, a su vez puede tener una o más asíntotas de cada tipo.

- Asíntota Horizontal:

La recta horizontal y=a es una **asíntota horizontal** de f si el límite de f(x) cuando x tiende a +∞ ó a −∞ es a.

La recta y=a es una **asíntota horizontal por la izquierda** si

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = a$$

La recta y=a es una **asíntota horizontal por la derecha** si

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = a$$

EJEMPLO:

Si tomamos la función del punto 1) f(x)= $\frac{1}{(x-1)^2}$.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} = \lim_{x\to-\infty} f(x) = \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{x^2-2x+1}{x^2}} = = \frac{0}{1-0+0} = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} = \lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{x^2-2x+1}{x^2}} = = \frac{0}{1-0+0} = 0$$

- Asíntota Vertical:

La recta vertical x=a es una **asíntota vertical** de f si el límite de f por la derecha o por la izquierda de a tiende a infinito.

La recta x=a es una **asíntota vertical por la izquierda** si

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \pm\infty$$

La recta x=a es una **asíntota vertical por la derecha** si

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = \pm\infty$$

Los puntos a candidatos son aquéllos para los que f no está definida. En las funciones racionales, los candidatos son los puntos que anulan al denominador.

EJEMPLO:

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} = \lim_{x \to 1^-} f(x) = \frac{1}{x^2-2x+1} = \frac{1}{1^2-2*1+1} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} = \lim_{x \to 1^+} f(x) = \frac{1}{x^2-2x+1} = \frac{1}{1^2-2*1+1} = \frac{1}{0} = \infty$$

- Asíntota Oblicua:

La recta y=ax+b (siendo a≠0) es una **asíntota oblicua** de f si el límite de

f(x)–(ax+b) cuando x tiende a +∞ o a −∞ es 0.

La recta y=ax+b es una **asíntota oblicua por la izquierda** si

$$\lim_{x \to \infty^-} \mathrm{f(x)} - (\mathrm{ax} + \mathrm{b}) = 0$$

La recta y=ax+b es una **asíntota oblicua por la derecha** si

$$\lim_{x \to \infty^+} \mathrm{f(x)} - (\mathrm{ax} + \mathrm{b}) = 0$$

Si y=ax+b es una asíntota oblicua de f, podemos calcular su **pendiente** con el siguiente límite:

$$a = \lim_{x \to \infty\pm} \frac{f(x)}{x}$$

Y su **ordenada**, con el límite

$$b = \lim_{x\to\infty\pm} f(x) - ax$$

EJEMPLO:

$\mathrm{a} = \lim_{\mathrm{x}\to\infty\pm} \frac{\frac{1}{(\mathrm{x}-1)^2}}{\mathrm{x}}$ = $\lim_{\mathrm{x}\to\infty\pm} \frac{\frac{1}{\mathrm{x}^2-2\mathrm{x}+1}}{\mathrm{x}}$ = $\lim_{\mathrm{x}\to\pm\infty} \frac{1}{\mathrm{x}^3-2\mathrm{x}^2+1\mathrm{x}}$ = $\lim_{x\to\infty\pm} f(x) = \frac{\frac{1}{x^3}}{\frac{x^3-2x^2+1x}{x^3}}$= $\frac{0}{1-0+0}$=∞

No presenta pendiente por lo tanto no tiene asíntota oblicua

1) Calcular las ecuaciones de las asíntotas a las siguientes funciones:

a) f(x)= $\frac{x^2+1}{x^2}$

b) f(x)= $\frac{x^2}{1-x^2}$

c) f(x)=$\frac{x^2+1}{x+2}$

Profesores: Sanchez, Araceli 601 aracelielida@gmail.com
Videspón, Carina 602 carinajdc@hotmail.com